

A 60-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chișinău, 26 februarie – 29 februarie 2016

Clasa a IX-a, ziua a doua

9.5. Demonstrați că ecuația $3x^2 - 2y^2 = 2$ nu admite soluții întregi.

9.6. Rezolvați sistemul de ecuații:
$$\begin{cases} 2x^2 - 4x + y^3 + 3 = 0, \\ x^2y^2 - 2x + y^2 = 0. \end{cases}$$

9.7. Determinați toate valorile reale ale parametrului a , pentru care ecuația

$$ax + \sqrt{3 - 2x - x^2} = 4a + 2$$

are exact o soluție.

9.8. Se dau cercurile $C_1(O_1)$ și $C_2(O_2)$, care sînt tangente interioare în punctul K . Cercul mic $C_2(O_2)$ trece prin centrul O_1 a cercului mare $C_1(O_1)$. Coarda MN a cercului mare $C_1(O_1)$ este tangenta la cercul mic în punctul C . Coardele KM și KN intersectează cercul mic în punctele A și B , respectiv. Segmentele KC și AB se intersectează în punctul L .

a) Demonstrați, că $CN : CM = LB : LA$.

b) Aflați lungimea segmentului MN , dacă $LB : LA = 2 : 3$ și raza cercului mic este egal cu $\sqrt{23}$.

Timp alocat - 4 ore astronomice

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES!

60-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Кишинэу, 26 февраля – 29 февраля 2016

IX класс, второй день

9.5. Докажите, что уравнение $3x^2 - 2y^2 = 2$ не имеет решений в целых числах.

9.6. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x^2 - 4x + y^3 + 3 = 0, \\ x^2y^2 - 2x + y^2 = 0. \end{cases}$$

9.7. Определите все действительные значения параметра a , для которых уравнение

$$ax + \sqrt{3 - 2x - x^2} = 4a + 2$$

имеет ровно одно решение.

9.8. Окружности $C_1(O_1)$ и $C_2(O_2)$ касаются друг друга внутренним образом в точке K . Меньшая окружность $C_2(O_2)$ проходит через центр O_1 большей окружности $C_1(O_1)$. Хорда MN большей окружности $C_1(O_1)$ касается меньшей окружности в точке C . Хорды KM и KN пересекают меньшую окружность в точках A и B , соответственно. Отрезки KC и AB пересекаются в точке L .

a) Докажите, что $CN : CM = LB : LA$.

b) Найдите MN , если $LB : LA = 2 : 3$ и радиус меньшей окружности равен $\sqrt{23}$.

Время выполнения – 4 астрономических часа

Каждая правильно решенная задача оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!