

A 58-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chișinău, 28 februarie – 3 martie, 2014

Clasa a IX-a, prima zi

9.1. Să se determine toate valorile $a \in \mathbb{Z}$, pentru care punctele de intersecție ale parabolei $y = x^2 + (2a - 1)x + 2014$ cu axa OX au coordonate întregi.

9.2. Să se demonstreze, că $(1 + a^{1007})(1 + a + a^2 + \dots + a^{1007}) \geq 2014 \cdot a^{1007}$, oricare ar fi numărul real pozitiv a .

9.3. Bisectoarele unghiurilor A și B ale triunghiului ABC intersectează cercul circumscris triunghiului în punctele D , respectiv E . Fie $AD \cap BE = \{I\}$, $DE \cap BC = \{P\}$ și $DE \cap AC = \{M\}$. Să se demonstreze, că patrulaterul $IMCP$ este romb.

9.4. Lungimea laturii orizontale a unui dreptunghi este egală cu 2014; lungimea laturii verticale poate fi oricare număr natural $n > 1$. Dreptunghiul este împărțit în pătrățele cu latura de lungime 1 prin drepte paralele laturilor dreptunghiului. În colțul din stânga-sus se află o fisă. Doi jucători mută pe rând fisa la dreapta sau în jos, peste un număr arbitrar de pătrățele. Pierde acel, care nu mai poate muta. Să se afle toate valorile lui n , pentru care primul care mută fisa poate fi sigur de câștig. Să se argumenteze răspunsul.

Timp alocat – 4 ore astronomice

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte

MULT SUCCES!

A 58-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chișinău, 28 februarie – 3 martie, 2014

Clasa a IX-a, prima zi

9.1. Să se determine toate valorile $a \in \mathbb{Z}$, pentru care punctele de intersecție ale parabolei $y = x^2 + (2a - 1)x + 2014$ cu axa OX au coordonate întregi.

9.2. Să se demonstreze, că $(1 + a^{1007})(1 + a + a^2 + \dots + a^{1007}) \geq 2014 \cdot a^{1007}$, oricare ar fi numărul real pozitiv a .

9.3. Bisectoarele unghiurilor BAC și ABC ale triunghiului ABC intersectează cercul circumscris triunghiului în punctele D , respectiv E . Fie $AD \cap BE = \{I\}$, $DE \cap BC = \{P\}$ și $DE \cap AC = \{M\}$. Să se demonstreze, că patrulaterul $IMCP$ este romb.

9.4. Lungimea laturii orizontale a unui dreptunghi este egală cu 2014; lungimea laturii verticale poate fi oricare număr natural $n > 1$. Dreptunghiul este împărțit în pătrățele cu latura de lungime 1 prin drepte paralele laturilor dreptunghiului. În colțul din stânga-sus se află o fisă. Doi jucători mută pe rând fisa la dreapta sau în jos, peste un număr arbitrar de pătrățele. Pierde acel, care nu mai poate muta. Să se afle toate valorile lui n , pentru care primul care mută fisa poate fi sigur de câștig. Să se argumenteze răspunsul.

Timp alocat – 4 ore astronomice

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte

MULT SUCCES!

58-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Кишинэу, 28 февраля – 3 марта 2014

IX класс, первый день

9.1. Определить все значения числа $a \in \mathbb{Z}$, при которых точки пересечения параболы $y = x^2 + (2a - 1)x + 2014$ с осью OX имеют целочисленные координаты.

9.2. Доказать, что $(1 + a^{1007})(1 + a + a^2 + \dots + a^{1007}) \geq 2014 \cdot a^{1007}$, для любого действительного положительного числа a .

9.3. Биссектрисы углов A и B треугольника ABC пересекают окружность, описанной около треугольника, в точках D , соответственно E . Пусть $AD \cap BE = \{I\}$, $DE \cap BC = \{P\}$ и $DE \cap AC = \{M\}$. Доказать, что четырехугольник $IMCP$ является ромбом.

9.4. Горизонтальная сторона прямоугольника равна 2014; длина вертикальной стороны выражена натуральным числом $n > 1$. Прямоугольник разбит на квадратики со стороной равной 1 прямыми, параллельными сторонам прямоугольника. В верхний левый угол расположена фишка. Двое игроков передвигают поочередно фишку только вправо на любое число клеток, или только вниз, также на любое число клеток. Проигрывает тот, который не может передвигать. Найти все значения n , при которых игрок, начинающий игру, выигрывает. Обосновывать ответ.

Время выполнения – 4 астрономических часа

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!

58-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Кишинэу, 28 февраля – 3 марта 2014

IX класс, первый день

9.1. Определить все значения числа $a \in \mathbb{Z}$, при которых точки пересечения параболы $y = x^2 + (2a - 1)x + 2014$ с осью OX имеют целочисленные координаты.

9.2. Доказать, что $(1 + a^{1007})(1 + a + a^2 + \dots + a^{1007}) \geq 2014 \cdot a^{1007}$, для любого действительного положительного числа a .

9.3. Биссектрисы углов BAC и ABC треугольника ABC пересекают окружность, описанной около треугольника, в точках D , соответственно E . Пусть $AD \cap BE = \{I\}$, $DE \cap BC = \{P\}$ и $DE \cap AC = \{M\}$. Доказать, что четырехугольник $IMCP$ является ромбом.

9.4. Горизонтальная сторона прямоугольника равна 2014; длина вертикальной стороны выражена натуральным числом $n > 1$. Прямоугольник разбит на квадратики со стороной равной 1 прямыми, параллельными сторонам прямоугольника. В верхний левый угол расположена фишка. Двое игроков передвигают поочередно фишку только вправо на любое число клеток, или только вниз, также на любое число клеток. Проигрывает тот, который не может передвигать. Найти все значения n , при которых игрок, начинающий игру, выигрывает. Обосновывать ответ.

Время выполнения – 4 астрономических часа

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!