

A 58-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA
Chișinău, 28 februarie – 3 martie 2014
Clasa a VIII-a, prima zi

8.1. Fie $n \in \mathbb{N}^*$ și $a = \left\lfloor \frac{n^2 + n - 5}{2} \right\rfloor$, unde prin $[x]$ s-a notat partea întreagă a numărului real x .

Determinați toate numerele naturale n pentru care numărul a este prim.

8.2. Determinați toate numerele de trei cifre $\overline{abc}$ care verifică relația $\overline{abc} = (a + b + c)^2 + 92a + 2b + c$.

8.3. Fie triunghiul ascuțitunghic ABC cu $m(\angle ABC) = 67^\circ 30'$. Punctul M , situat pe latura (BC) , este piciorul înălțimii duse din vârful A , astfel încât $BC = AM \cdot \sqrt{2}$. Demonstrați că triunghiul ABC este isoscel.

8.4. Demonstrați că cel mai mare număr (element) al mulțimii $A = \{\overline{xyz} \mid x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz\}$ divide suma tuturor elementelor mulțimii date.

Timp alocat - 4 ore astronomice

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES!

58-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА
Кишинэу, 28 февраля – 3 марта 2014
VIII класс, первый день

8.1. Пусть $n \in \mathbb{N}^*$ și $a = \left\lfloor \frac{n^2 + n - 5}{2} \right\rfloor$, где через $[x]$ обозначена целая часть действительного числа x .

Определите все натуральные числа n , для которых число a является простым.

8.2. Определите все трехзначные числа $\overline{abc}$ которые удовлетворяют условию $\overline{abc} = (a + b + c)^2 + 92a + 2b + c$.

8.3. Пусть дан остроугольный треугольник ABC , в котором $m(\angle ABC) = 67^\circ 30'$. Точка M принадлежащая стороне (BC) является основанием высоты проведенной из вершины A , таким образом что $BC = AM \cdot \sqrt{2}$. Докажите, что треугольник ABC является равносторонним.

8.4. Докажите, что наибольшее число (элемент) множества $A = \{\overline{xyz} \mid x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz\}$ делит сумму всех элементов данного множества.

Время выполнения – 4 астрономических часа

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!

