

A 59-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA*Chişinău, 27 februarie – 2 martie 2015**Clasa a VIII-a, prima zi*

8.1. Este dată mulţimea $M = \{1, 2, 3, \dots, 555\}$. Arătaţi, că mulţimea dată poate fi împărţită în trei submulţimi A, B şi C astfel încât $A \cap B = \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$, $B \cap C = \emptyset$ şi suma numerelor din fiecare submulţime să fie aceeaşi.

8.2. Fie funcţia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x-1) = -2x + 3 - f(3) - f\left(\frac{5}{2}\right)$.

a) determinaţi analitic funcţia dată;

b) aflaţi distanţa de la originea axelor de coordonate până la graficul funcţiei f ;

c) determinaţi punctele $M(x, y)$ ale graficului funcţiei f cu proprietatea $|y| = x$.

8.3. Punctele E şi F sunt situate pe laturile BC şi respectiv CD ale pătratului $ABCD$, astfel încât $CF = BE$ şi $BF \cap DE = \{G\}$. Demonstraţi, că dreptele AG şi EF sunt reciproc perpendiculare.

8.4. Determinaţi toate perechile de numere raţionale (x, y) , care satisfac egalitatea

$$16,5 - \left(\left| \frac{x-1}{\sqrt{2}} \right| - |y^2 - 2| \right)^2 = 10\sqrt{2}.$$

Timp alocat - 4 ore astronomice

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES!

59-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА*Кишинёу, 27 февраля – 2 марта 2015**VIII класс, первый день*

8.1. Дано множество $M = \{1, 2, 3, \dots, 555\}$. Покажите, что данное множество может быть разбито на три подмножества A, B и C таким образом, что $A \cap B = \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$, $B \cap C = \emptyset$ и сумма чисел каждого подмножества была бы одна и та же.

8.2. Дана функция $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x-1) = -2x + 3 - f(3) - f\left(\frac{5}{2}\right)$.

a) определите аналитически данную функцию;

b) найдите расстояние от начала координат до графика функции f ;

c) определите точки $M(x, y)$ графика функции f со свойством $|y| = x$;

8.3. Точки E и F принадлежат сторонам BC и соответственно CD квадрата $ABCD$, таким образом, что $CF = BE$ и $BF \cap DE = \{G\}$. Докажите, что прямые AG и EF взаимно перпендикулярны.

8.4. Определите все пары рациональных чисел (x, y) , которые удовлетворяют равенству

$$16,5 - \left(\left| \frac{x-1}{\sqrt{2}} \right| - |y^2 - 2| \right)^2 = 10\sqrt{2}.$$

Время выполнения – 4 астрономических часа

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!