

**A 59-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA**

*Chișinău, 27 februarie – 2 martie 2015*

*Clasa a VII-a, prima zi*

**7.1.** Demonstrați că numărul  $S = 1 + 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2015}$  este divizibil cu 100.

**7.2.** Aflați două numere naturale de 4 cifre fiecare a căror produs este egal cu 11 111 111.

**7.3. a)** Fie  $x$  și  $y$  numere reale pozitive. Arătați că  $\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}} \geq \frac{x}{2} + \frac{y}{2}$ .

**b)** Arătați că  $(\forall)n \in \mathbb{N}$  avem:  $\sqrt{\frac{1^2 + 2^2}{2}} + \sqrt{\frac{3^2 + 4^2}{2}} + \dots + \sqrt{\frac{(n-1)^2 + n^2}{2}} \geq \frac{n(n+1)}{4}$ .

**7.4.** Măsurile a două unghiuri ale unui triunghi sînt egale cu  $20^\circ$  și  $40^\circ$ , iar diferența lungimilor laturilor mai mari este egală cu 18 cm. Aflați lungimea bisectoarei triunghiului dusă din vârful celui de-al treilea unghi.

*Timp alocat - 4 ore astronomice*

*Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.*

**MULT SUCCES!**

**59-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА**

*Кишинэу, 27 февраля – 2 марта 2015*

*VII класс, первый день*

**7.1.** Докажите, что число  $S = 1 + 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2015}$  делится на 100.

**7.2.** Найдите два натуральных четырехзначных чисел, произведение которых равно 11 111 111.

**7.3. a)** Пусть  $x$  и  $y$  – действительные положительные числа. Покажите, что  $\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}} \geq \frac{x}{2} + \frac{y}{2}$ .

**b)** Покажите, что  $(\forall)n \in \mathbb{N}$ , имеем:  $\sqrt{\frac{1^2 + 2^2}{2}} + \sqrt{\frac{3^2 + 4^2}{2}} + \dots + \sqrt{\frac{(n-1)^2 + n^2}{2}} \geq \frac{n(n+1)}{4}$ .

**7.4.** Меры двух углов одного треугольника равны  $20^\circ$  и  $40^\circ$ , а разность длин больших сторон равна 18 см. Найдите длину биссектрисы третьего угла треугольника.

*Время выполнения – 4 астрономических часа*

*Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.*

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**