

A 60-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chișinău, 26 februarie – 29 februarie 2016

Clasa a XII-a, prima zi

12.1 Determinați primitivele funcției $f: R \rightarrow R, f(x) = \frac{2x-x^2}{(x^2-2x+2)^2}$, graficele căroră au două puncte de intersecție cu axa absciselor.

12.2. Punctul K împarte înălțimea unei piramide hexagonale regulate în raportul 2 : 1 de la vîrf. Aria secțiunii piramidei cu un plan, ce trece prin K, paralel unei fețe laterale, este egală cu 14cm^2 . Determinați aria laterală a piramidei.

12.3. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 - \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \alpha & 1 + \cos \alpha \end{pmatrix}^{2016} + \begin{pmatrix} 1 + \cos \alpha & -\sin \alpha \\ -\sin \alpha & 1 - \cos \alpha \end{pmatrix}^{2016}, \alpha \in R$. Determinați $\det A$.

12.4. Demonstrați că $\frac{1}{4} \leq \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{x} dx \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

Timp alocat - 4 ore astronomice

MULT SUCCES!

60-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Кишинэу, 26 февраля – 29 февраля 2016

XII класс, первый день

12.1. Найдите первообразные функции $f: R \rightarrow R, f(x) = \frac{2x-x^2}{(x^2-2x+2)^2}$, графики которых имеют две точки пересечения с осью абсцисс.

12.2. Точка К делит высоту правильной шестиугольной пирамиды в отношении 2 : 1 считая от вершины пирамиды. Площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через К параллельно боковой грани, равна 14см^2 . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

12.3. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 - \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \alpha & 1 + \cos \alpha \end{pmatrix}^{2016} + \begin{pmatrix} 1 + \cos \alpha & -\sin \alpha \\ -\sin \alpha & 1 - \cos \alpha \end{pmatrix}^{2016}, \alpha \in R$. Найдите $\det A$.

12.4. Докажите, что $\frac{1}{4} \leq \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{x} dx \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Время выполнения – 4 астрономических часа

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!