

A 60-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chișinău, 26 – 29 februarie 2016

Clasa a XI-a, ziua a doua

11.5. Fie șirul $(P_n(X))_{n=1}^{\infty}$, unde $P_n(X)$ este un polinom de grad n , astfel încât $P_n(n^k) = n^{-k}$, $k = \overline{0, n}$. Arătați că șirul $(P_n(0))_{n=1}^{\infty}$ este convergent și să se calculeze limita lui. Poate fi $1/2$ termen al șirului $(P_n(0))_{n=1}^{\infty}$? Argumentați răspunsul.

11.6. Fie a , b și c lungimile laturilor triunghiului ABC , iar α , β și respectiv γ – măsurile unghiurilor opuse. Arătați, că dacă $a + c = b \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2}$, atunci triunghiul este dreptunghic.

11.7. La un concurs de șah s-au înregistrat 60 de participanți, numerotați de la 1 la 60, ce trebuie să fie repartizați în 6 grupe de minim 3 membri fiecare. Fiecare participant j va juca o partidă cu fiecare coleg de grupă k , $k > j$, rezultatul partidei fiind învingere, înfrângere sau remiză. Repartizați participanții în grupe astfel încât numărul total de partide jucate să fie minim. Este posibil oare ca, oricum am alege 3 colegi de grupă, rezultatele partidelor jucate între ei să nu fie identice? Argumentați răspunsul.

11.8. Aflați toate funcțiile $f: R \rightarrow R$, unde $f(f(x) + y) - 2y = f(f(-y) - 2x) + 3x$, $\forall x, y \in R$.

Timp alocat - 4 ore astronomice

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES!

60-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Кишинэу, 26 – 29 февраля 2016

XI класс, второй день

11.5. Пусть последовательность $(P_n(X))_{n=1}^{\infty}$, где $P_n(X)$ – многочлен степени n , таким образом, чтобы $P_n(n^k) = n^{-k}$, $k = \overline{0, n}$. Покажите, что последовательность $(P_n(0))_{n=1}^{\infty}$ сходится и найдите предел. Возможна ли $1/2$ – член последовательности $(P_n(0))_{n=1}^{\infty}$? Утверждайте ответ.

11.6. Пусть a , b и c длина сторон треугольника ABC а α , β и γ – размеры противоположных углов. Докажите что, если $a + c = b \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2}$, тогда ABC прямоугольный треугольник.

11.7. На шахматном конкурсе зарегистрировались 60 участников, пронумерованных от 1 до 60, которые должны быть разделены на 6 классов по минимум 3 коллеги в каждой классе. Каждый участник j будет играть одну партию с каждым одноклассником k , $k > j$, а результат партии может быть выигрыш, проигрыш или ничья. Разделить участников в классах таким образом, чтобы свести к минимуму количество партий. Возможна ли, как бы ни выбираем 3 одноклассника, результаты игр между ними не являются идентичными? Утверждайте ответ.

11.8. Найдите все функции $f: R \rightarrow R$, где $f(f(x) + y) - 2y = f(f(-y) - 2x) + 3x$, $\forall x, y \in R$.

Время выполнения – 4 астрономических часа

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!
