

A 59-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chişinău, 27 februarie – 2 martie 2015

Clasa a XI-a, ziua a doua

11.5. Să se determine toate numerele naturale $n \geq 2$ pentru care există n numere naturale impare $a_1, a_2, \dots, a_n$ astfel încât $a_1 + a_2 + \dots + a_n = a_1 a_2 \dots a_n$.

11.6. Fie $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ o progresie aritmetică cu primul termen $a_1 = 1$ și rația $r > 0$. Se consideră șirul $(b_n)_{n=1}^{\infty}$, unde $b_n = \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{2}{a_1 a_2 a_3} + \dots + \frac{n}{a_1 a_2 \dots a_{n+1}}$, $n = \overline{1, \infty}$. Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$.

11.7. Să se determine locul geometric al punctelor M din interiorul patrulaterului convex $ABCD$ pentru care ariile patrulaterelor $MBCD$ și $MBAD$ sunt egale.

11.8. Pentru care numere naturale $n \geq 2$ tabla de dimensiune $n \times n$ poate fi acoperită cu n pătrățele unitare și $\frac{n(n-1)}{2}$ dreptunghiuri de dimensiune 1×2 , astfel încât în fiecare linie și coloană să fie un pătrățel unitar?

Timp alocat - 4 ore astronomice

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES!

59-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Кишинэу, 27 февраля – 2 марта 2015

XI класс, второй день

11.5. Найти все натуральные числа $n \geq 2$ для которых существует n натуральных нечётных чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$ таким образом чтобы $a_1 + a_2 + \dots + a_n = a_1 a_2 \dots a_n$.

11.6. Пусть $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ арифметическая прогрессия с первым членом $a_1 = 1$ и разность $r > 0$. Пусть последовательность $(b_n)_{n=1}^{\infty}$, где $b_n = \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{2}{a_1 a_2 a_3} + \dots + \frac{n}{a_1 a_2 \dots a_{n+1}}$, $n = \overline{1, \infty}$.

Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$.

11.7. Найти геометрическое место точек M из внутри выпуклого четырёхугольника $ABCD$ для которого площадь четырёхугольников $MBCD$ и $MBAD$ одинаковы.

11.8. Для каких натуральных чисел $n \geq 2$ таблица $n \times n$ может быть покрыта с n квадратами размера 1×1 и $\frac{n(n-1)}{2}$ прямоугольниками размера 1×2 , таким образом чтобы в каждой линии и каждом столбце был квадрат размера 1×1 ?

Время выполнения – 4 астрономических часа

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!