

A 59-a OLIMPIADĂ REPUBLICANĂ DE MATEMATICĂ

Chișinău, 27 februarie – 2 martie 2015

Clasa a X-a, ziua a doua

10.5. Fie $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Să se determine toate numerele naturale x , astfel încât

$$\sqrt[3]{x + \sqrt[3]{x + \dots + \sqrt[3]{x}}} < n \text{ oricare ar fi numărul de radicali.}$$

10.6. Considerăm numere naturale de zece cifre, scrierea zecimală a cărora poate conține doar cifre de 1 și 2 și care nu conține trei cifre de 1 consecutive. Câte numere de acest fel există?

10.7. Fie $n \geq 3$ și $x_1, x_2, \dots, x_n$ numere reale ce satisfac $\sum_{k=1}^{n-1} \min(x_k, x_{k+1}) = \min(x_1, x_n)$. Să se

demonstreze că $\sum_{k=2}^{n-1} x_k \geq 0$.

10.8. Fie X un punct din triunghiul ABC în care $AB > AC$. Dreapta dusă prin X paralel cu latura AB taie celelalte două laturi în punctele P și Q . Dreapta dusă prin X paralel cu latura AC taie celelalte două laturi în punctele R și S . Să se afle locul geometric al punctelor X din triunghiul ABC pentru care $PQ = RS$.

Timp de lucru – 4 ore astronomice

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES!

59-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Кишинэу, 27 февраля – 2 марта 2015

X класс, второй день

10.5. Пусть $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Найти все натуральные числа x такие, что

$$\sqrt[3]{x + \sqrt[3]{x + \dots + \sqrt[3]{x}}} < n, \text{ какое бы ни было число радикалов.}$$

10.6. Рассмотрим десятизначные натуральные числа в десятичной записи которых могут фигурировать только цифры 1 и 2 и не встречаются три цифры 1 подряд. Сколько таких чисел существуют?

10.7. Пусть $n \geq 3$ и $x_1, x_2, \dots, x_n$ действительные числа со свойством

$$\sum_{k=1}^{n-1} \min(x_k, x_{k+1}) = \min(x_1, x_n). \text{ Доказать, что } \sum_{k=2}^{n-1} x_k \geq 0.$$

10.8. Пусть X - точка в треугольнике ABC , в котором $AB > AC$. Прямая проходящая через X параллельно стороне AB пересекает другие две стороны в точках P и Q . Прямая проходящая через X параллельно стороне AC пересекает другие две стороны в точках R и S . Найти геометрическое место точек X в треугольнике ABC , для которых $PQ = RS$.

Время работы – 4 астрономических часа.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!