

A 58-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chișinău, 28 februarie – 3 martie 2014

Clasa a X-a, prima zi

10.1. Rezolvați în $\mathcal{R}$ ecuația $\frac{2x+2}{x^2+2x+2} + x^4 - 8x^2 + 17 = 0$.

10.2. Determinați toate perechile de numere întregi (x,y) care verifică ecuația $3xy + (x-y)^2(x+y) = (x^2 - y^2)^2$.

10.3. Fie O centrul cercului înscris într-un triunghi ABC . Laturile AB și BC sunt tangente la acest cerc în punctele D și E , respectiv. Fie F punctul de intersecție a dreptelor AO și DE . Demonstrați că dreptele CF și AF sunt perpendiculare.

10.4. Un triunghi echilateral se divide în 2014 triunghiuri echilaterale mai mici, astfel încât exact 2013 dintre ele să aibă aria egală cu 1. Să se afle toate valorile posibile ale ariei triunghiului inițial.

Timp alocat - 4 ore astronomice

Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES!

58-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Кишинэу, 28 февраля – 3 марта 2014

X класс, первый день

10.1. Решите на множестве $\mathcal{R}$ уравнение $\frac{2x+2}{x^2+2x+2} + x^4 - 8x^2 + 17 = 0$.

10.2. Найдите все пары целых чисел (x,y) удовлетворяющие уравнение $3xy + (x-y)^2(x+y) = (x^2 - y^2)^2$.

10.3. В треугольнике ABC вписана окружность с центром O . Пусть D и E - точки касания окружности со сторонами AB и BC , соответственно. Пусть F – точка пересечения прямых AO и DE . Докажите, что прямые CF и AF - перпендикулярны.

10.4. Равносторонний треугольник разбивается на 2014 меньших равносторонних треугольника, таким образом, чтобы точно 2013 из них имели бы площадь равной 1. Найти все возможные значения площади первоначального треугольника.

Время выполнения – 4 астрономических часа

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!