A 58-a OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chişinău, 03 martie 2014

Prima probă de baraj pentru Olimpiada Balcanică de Matematică pentru Juniori 2014

BJ1. Să se demonstreze că

$$\frac{2}{2013+1}+\frac{2^2}{2013^2+1}+\frac{2^3}{2013^{2^2}+1}+\ldots+\frac{2^{2014}}{2013^{2^{2013}}+1}<\frac{1}{1006}.$$

BJ2. Să se determine toate perechile de numere întregi (x,y) care satisfac ecuaţia

$$(y-2)x^2+(y^2-6y+8)x=y^2-5y+62.$$

BJ3. Fie triunghiul dreptunghic *ABC* cu m($\angle ABC$) = 90°. Punctele *D* şi *E*, situate pe catetele (*AC*) şi, respectiv; (*AB*), sunt picioarele bisectoarelor interioare duse din vârfurile *B* şi, respectiv, *C*. Fie *I* centrul cercului înscris în triunghiul *ABC*. Daă se şrie că $BD\cdot CE=a^2\sqrt{2}$, să se afle aria triunghiului *BIC*.

BJ4. O mulţime *A* conţine 956 de numere naturale cuprinse între 1 şi 2014 (inclusiv 1 şi 2014). Să se demonstreze că în mulţimea *A* există cel puţin două numere *a* şi *b* astfel încât suma *a* + *b* este divizibilă prin 19.

Timp de lucru: 4 ore 30 minute. Fiecare problemă rezolvată corect se apreciază cu 7 puncte.

MULT SUCCES!

58-ая МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Кишинэу, 3 марта 2014 г.

Первый отборочный тур для Балканской Юниорской Математической Олимпиады 2014 г.

BJ1. Докажите, что

$$\frac{2}{2013+1}+\frac{2^2}{2013^2+1}+\frac{2^3}{2013^{2^2}+1}+\ldots+\frac{2^{2014}}{2013^{2^{2013}}+1}<\frac{1}{1006}.$$

BJ2. Найдите все пары целых чисел $(x,\ y)$, удовлетворяющие уравнению

$$(y-2)\cdot x^2+(y^2-6y+8)\cdot x=y^2-5y+62.$$

BJ3. Пусть задан прямоугольный треугольник ABC с $m(\angle BAC)=90^\circ$. Точки D и E, расположенные на катетах (AC) и (AB) соответственно, являются основаниями внутренних биссектрис, проведенных из вершин B и C соответственно. Пусть I центр вписанной окружности треугольника ABC. Если $BD\cdot CE=a^2\cdot\sqrt{2}$, найдите площадь треугольника BIC.

BJ4. Множество A содержит 956 натуральных чисел между 1 и 2014 (в том числе 1 и 2014). Докажите, что во множестве A существуют по крайней мере два числа a и b, такие, что сумма $a+b$ делится на 19.

Время работы: 4 часа 30 минут. Каждая правильно решенная задача оценивается в 7 очков.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!